Pauta control 1 - miercoles 9 de abril

Computación Científica I

April 5, 2008

Resuelva con lápiz pasta (o similar) para tener la posibilidad de exigir corrección. Tiene 30 min. como máximo para responder

1 Pregunta n°1 (33 puntos)

Demuestre que la transformación $T(x_1, x_2) = (x_1, 0)$ es lineal en R^2. Encuentre la matriz asociada a la transformación de acuerdo a la base canónica $B = \{e_1, e_2\}$

Solucion:

Evidentemente es una T.L. Para calcular la matriz tenemos
$T_{e_1} = T(1,0) = (1,0) = 1_{e_1} + 0_{e_2}$
$T_{e_2} = T(0,1) = (0,0) = 0_{e_1} + 0_{e_2}$
Entonces la matriz es:
$[T]_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

2 Pregunta n°2 (33 puntos)

Sabe Ud. que una matriz $U \in C^{nxn}$ se dice unitaria si $U^*U = UU^* = I$. Demuestre la siguiente proposición: *La norma frobenius para vectores son invariantes cuando se aplica una transformacion unitaria*

Hint: Una transformación unitaria es por ejemplo $U \cdot A$, donde $A \in Mat(1xn, C))$

Solucion:

- Primer caso: $\|U \cdot A\|_F = \sqrt{tr\left((UA)^*(UA)\right)} = \sqrt{tr\,(A^*U^*UA)} = \sqrt{tr\,(A^*A)} = \|A\|_F$
- Segundo caso: $\|A \cdot U\|_F = \sqrt{tr\left((AU)(AU)^*\right)} = \sqrt{tr\,(AUU^*A^*)} = \sqrt{tr\,(AA^*)} = \|A^*\|_F = \|A\|_F$

3 Pregunta n°3 (33 puntos)

Demuestre la siguiente proposición: *Las matrices A^*A y AA^* poseen los mismos eigenvalores.*

Hint: Piense en A^*A como una sola matriz...

Solución:

Sea λ un eigenvalor de A^*A y x un eigenvector asociado a λ. Tenemos:
$A^*Ax = \lambda x$
$AA^*Ax = \lambda Ax$, sea $y = Ax$
$AA^*y = \lambda y$
$\therefore \lambda$ es un eigenvalor de AA^*

4 Preguna n°4 (1 punto)

Responda ¿Para que se usan la normas generalmente en geometría?

Solución:

Para medir distancias.